

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$x^2 + mx + 4 = 0$ are soluția $x = 2 \Rightarrow m = -4$ Pentru $m = -4$ cele două mulțimi sunt egale	3p 2p
2.	$x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$ $\Delta = 1$ $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{4}$	2p 1p 2p
3.	Condiție: $x > 0$ $3^{\log_3 x} < 3^0 \Leftrightarrow x < 1$ $x \in (0, 1)$	2p 2p 1p
4.	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$ \overline{ab} cu $a, b \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$ sunt 25 de numere \Rightarrow 25 de cazuri favorabile \overline{ab} cu $a \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ și $b \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$ sunt 90 de numere \Rightarrow 90 de cazuri posibile $p = \frac{5}{18}$	1p 2p 1p 1p
5.	$\frac{3}{a} = \frac{a}{2a-3}$ $a^2 - 6a + 9 = 0$ $a = 3$	2p 2p 1p
6.	$S_{ABC} = 12$ $R = \frac{abc}{4S}$ $R = \frac{25}{8}$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(\pi) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\det(A(\pi)) = 1$	3p 2p
-------------	--	------------------------

b)	$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} \cos x \cos y - \sin x \sin y & 0 & i(\cos x \sin y + \sin x \cos y) \\ 0 & 1 & 0 \\ i(\cos x \sin y + \sin x \cos y) & 0 & \cos x \cos y - \sin x \sin y \end{pmatrix}, \text{ pentru orice } x, y \in \mathbb{R}$ $A(x+y) = \begin{pmatrix} \cos(x+y) & 0 & i \sin(x+y) \\ 0 & 1 & 0 \\ i \sin(x+y) & 0 & \cos(x+y) \end{pmatrix}, \text{ pentru orice } x, y \in \mathbb{R}$	<p>3p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
	<p>Finalizare</p>	
c)	$A^{2012}(x) = A(2012x)$ $A(2012x) = I_3 \Leftrightarrow \cos(2012x) = 1 \text{ și } \sin(2012x) = 0$ $x = \frac{k\pi}{1006}, k \in \mathbb{Z}$	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
2.a)	$x \circ \frac{1}{2} = \frac{x \cdot \frac{1}{2}}{2x \cdot \frac{1}{2} - x - \frac{1}{2} + 1} = x, \text{ pentru orice } x \in G$ $\frac{1}{2} \circ x = \frac{\frac{1}{2} \cdot x}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x - \frac{1}{2} - x + 1} = x, \text{ pentru orice } x \in G$	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
b)	$x \circ x' = \frac{xx'}{2xx' - x - x' + 1} = \frac{x'x}{2x'x - x' - x + 1} = x' \circ x, \text{ pentru orice } x, x' \in G$ $x \circ x' = \frac{1}{2} \Rightarrow x' = 1 - x$ $x' \in (0, 1)$	<p>1p</p> <p>3p</p> <p>1p</p>
c)	<p>f este bijectivă</p> $f(x \circ y) = \frac{1}{x \circ y} - 1 = \frac{(x-1)(y-1)}{xy}, \text{ pentru orice } x, y \in G$ $f(x)f(y) = \left(\frac{1}{x} - 1\right)\left(\frac{1}{y} - 1\right) = \frac{(x-1)(y-1)}{xy}, \text{ pentru orice } x, y \in G$	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{e^x + e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^x - e^{-x}} = 0$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	$f'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}$ $f''(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}$ $f''(x) > 0, \text{ pentru orice } x \text{ real, deci } f \text{ este convexă}$	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
c)	$g(x) = \frac{e^{\sqrt{x}} + e^{-\sqrt{x}}}{2} \Rightarrow g'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}} - e^{-\sqrt{x}}}{4\sqrt{x}}, \text{ pentru orice } x > 0$ $x > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > 0 \Rightarrow e^{\sqrt{x}} > e^{-\sqrt{x}}$ $g'(x) > 0 \Rightarrow g \text{ este strict crescătoare pe } (0, +\infty)$	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>

2.a)	$J_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t dt$ $J_1 = -\cos t \Big _0^{\frac{\pi}{2}}$ $J_1 = 1$	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
b)	$I_1 = \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx$ $I_1 = -\frac{1}{3}\sqrt{(1-x^2)^3} \Big _0^1$ $I_1 = \frac{1}{3}$	<p>1p</p> <p>3p</p> <p>1p</p>
c)	$J_{2n} - J_{2n+2} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n} x \cos^2 x dx$ <p>Cu schimbarea de variabilă $\sin x = t$ obținem $J_{2n} - J_{2n+2} = \int_0^1 t^{2n} \cdot \sqrt{1-t^2} dt = I_{2n}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>