

**Examenul de bacalaureat 2012**  
**Proba E.c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 5**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii*

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că  $2^{-1} + 2^{-2} = 0,75$ .
- 5p 2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația  $\frac{2}{x-3} < 0$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x+2} = x+2$ .
- 5p 4. La o bancă a fost depusă într-un depozit suma de 900 lei cu o dobândă de  $p\%$  pe an. Calculați  $p$ , știind că, după un an, în depozit suma este de 1008 lei.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $O(0,0)$  și  $A(2,3)$ . Determinați coordonatele punctului  $B$ , știind că  $A$  este mijlocul segmentului  $(OB)$ .
- 5p 6. Determinați măsura  $x$  a unui unghi ascuțit, știind că  $\frac{\sin x + 4 \cos x}{\cos x} = 5$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $H(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , cu  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p a) Arătați că  $\det(H(x)) = 1$ , pentru orice  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $a$ ,  $a > 0$ , astfel încât  $H(x) \cdot H(a) = H(x)$ , pentru orice  $x > 0$ .
- 5p c) Calculați determinantul matricei  $H(1) + H(2) + \dots + H(2012)$ .
2. În  $\mathbb{R}[X]$  se consideră polinomul  $f = X^3 + 3X^2 - 3X - 1$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3$ .
- 5p a) Arătați că polinomul  $f$  se divide cu  $X - 1$ .
- 5p b) Calculați  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ .
- 5p c) Verificați dacă  $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 13$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$ .
- 5p a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = 0$ .
- 5p b) Demonstrați că funcția  $f$  este crescătoare pe intervalul  $(4, +\infty)$ .
- 5p c) Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xe^x$ .
- 5p a) Arătați că funcția  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = xe^x - e^x + 2012$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p b) Calculați  $\int_1^e f(\ln x) dx$ .
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $g : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  
 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ .