

**Examenul de bacalaureat 2012**  
**Proba E.c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 7**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii*

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Într-o progresie aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  se cunosc  $a_4 = 7$  și  $a_9 = 22$ . Calculați  $a_{14}$ .
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 3$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 5 - x$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2^{3-x} = \frac{1}{4}$ .
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale de 3 cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii  $M = \{0, 1, 2, 3\}$ .
- 5p** 5. Într-un reper cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1, 2)$  și  $B(3, 0)$ . Determinați coordonatele simetricului punctului  $A$  față de punctul  $B$ .
- 5p** 6. Calculați lungimea laturii  $BC$  a triunghiului  $ABC$ , știind că  $AB = 6$ ,  $AC = 5$  și  $m(\sphericalangle BAC) = 60^\circ$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul de ecuații 
$$\begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ x - y + z = 1 \\ x + y + az = 2 \end{cases}$$
, unde  $a \in \mathbb{R}$ .
- 5p** a) Calculați determinantul matricei asociate sistemului.
- 5p** b) Determinați valorile reale ale lui  $a$  pentru care matricea asociată sistemului este inversabilă.
- 5p** c) Pentru  $a = 0$ , rezolvați sistemul de ecuații.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = x + y - 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $x * 1 = x$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $x * x * x = 4$ .
- 5p** c) Determinați numărul natural  $n$ ,  $n \geq 2$ , pentru care  $C_n^1 * C_n^2 = 14$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\frac{f'(x)}{f(x)} = -\frac{x}{x+1}$  pentru orice  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $f$  este descrescătoare pe  $(0, +\infty)$ .
- 5p** c) Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției  $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{e^{2x} \cdot f^2(x)}{x}$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^{2012} + x^{2011} + x^2 + x$ .
- 5p** a) Determinați primitiva  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a funcției  $f$ , care verifică relația  $F(0) = 1$ .
- 5p** b) Calculați  $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx$ .
- 5p** c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei  $Ox$ , a graficului funcției  $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x) - x^{2012} - x^{2011}$ .