Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că numărul $n=\left(\sqrt{3}-1\right)^2+2\sqrt{3}$ este natural.

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-1$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{6-x^2}=2^x$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, suma cifrelor acestuia să fie egală cu 2.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$ și $B(3,1)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului AB.

5p **6.** Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $BC=8$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & 1\\ 1 & -1 & 1\\ x & -1 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculați $A(0)\cdot A(1)$.

5p **b)** Arătați că $\det\left(A(x)\right)=x^2-1$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numerele întregi x pentru care inversa matricei $A(x)$ are elementele numere întregi.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă dată de $x\circ y=\sqrt{x^2y^2+x^2+y^2}$.

5p **a)** Calculați $2\circ 3$.

5p **b)** Arătați că $x\circ y=\sqrt{\left(x^2+1\right)\left(y^2+1\right)-1}$, pentru orice x și y numere reale.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x\circ x=x$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2+2x+2$.

5p **a)** Calculați $g'(2)$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2f(x)-g(x)}{2x^3}=\dfrac{1}{6}$.

5p **c)** Demonstrați că $2f(x)\ge g(x)$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2+\dfrac{1}{x+2}$ și $F:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+2x+\ln(x+2)$.

5p **a)** Calculați $\int\limits_0^1 (x+2)f(x)\,dx$.

5p **b)** Verificați dacă funcția F este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Calculați $\int\limits_{-1}^0 F(x)f(x)\,dx$.