

**Examenul de bacalaureat 2011**  
**Proba E. c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 5**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

**SUBIECTUL I** (30 de puncte)

- 5p 1. Determinați  $x \in \mathbb{R}$  pentru care numerele  $x-1$ ,  $x+1$  și  $3x-1$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 5-x$ . Calculați  $f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(10)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x-1} = x-3$ .
- 5p 4. Determinați numărul submulțimilor ordonate cu 2 elemente ale unei mulțimi cu 7 elemente.
- 5p 5. Calculați distanța de la punctul  $A(2,3)$  la punctul de intersecție a dreptelor  $d_1: 2x-y-6=0$  și  $d_2: -x+2y-6=0$ .
- 5p 6. Calculați cosinusul unghiului  $M$  al triunghiului  $MNP$ , știind că  $MN=4$ ,  $MP=5$  și  $NP=6$ .

**SUBIECTUL al II-lea** (30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$  și  $X(a) = I_2 + aA$ , unde  $a \in \mathbb{Z}$ .
- 5p a) Calculați  $A^2 - 3A$ .
- 5p b) Demonstrați că  $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+3ab)$ , oricare ar fi  $a, b \in \mathbb{Z}$ .
- 5p c) Arătați că  $X(a)$  este matrice inversabilă, oricare ar fi  $a \in \mathbb{Z}$ .
2. Polinomul  $f = X^3 + 2X^2 - 5X + m$ , cu  $m \in \mathbb{R}$  are rădăcinile  $x_1, x_2$  și  $x_3$ .
- 5p a) Calculați  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ .
- 5p b) Determinați  $m \in \mathbb{R}^*$  pentru care  $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$ .
- 5p c) Arătați că determinantul  $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$  este număr natural, oricare ar fi  $m \in \mathbb{R}$ .

**SUBIECTUL al III-lea** (30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - \frac{1}{x}$ .
- 5p a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ .
- 5p b) Arătați că  $f(x) > 0$ , oricare ar fi  $x \in [1, +\infty)$ .
- 5p c) Arătați că graficul funcției  $f$  nu admite asimptotă spre  $+\infty$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 + 10}$ .
- 5p a) Calculați volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei  $Ox$ , a graficului funcției  $g: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x)$ .
- 5p b) Demonstrați că orice primitivă  $F$  a funcției  $f$  este crescătoare pe mulțimea  $\mathbb{R}$ .

5p c) Demonstrați că  $\int_{-10}^{10} f(x) dx = 2 \int_0^{10} f(x) dx$ .