

**Examenul de bacalaureat 2011**  
**Proba E. c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 5**

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

| <b>SUBIECTUL I</b>  |  | <b>(30 de puncte)</b> |
|---|--|-----------------------|
| <b>5p</b>   | 1. Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ , în care $a_2 = 5$ și $a_4 = 11$ . Calculați $a_6$ .  |                       |
| <b>5p</b>   | 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = ax + b$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $g(x) = cx + d$ , unde $a, b, c, d$ sunt numere reale. Arătați că, dacă $f(1) = g(1)$ și $f(3) = g(3)$ , atunci $f(5) = g(5)$ . |                       |
| <b>5p</b>   | 3. Se notează cu $x_1$ și $x_2$ soluțiile reale ale ecuației $x^2 - 5x + 3 = 0$ . Calculați $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ .  |                       |
| <b>5p</b>   | 4. Determinați mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\log_2(x^2 + x + 2) = 2$ .  |                       |
| <b>5p</b>   | 5. Se consideră un triunghi $ABC$ și punctele $M, N$ , astfel încât $\overline{AM} = 3 \cdot \overline{MB}$ și $\overline{AN} = 3 \cdot \overline{NC}$ . Arătați că dreptele $MN$ și $BC$ sunt paralele.   |                       |
| <b>5p</b>   | 6. Se consideră un triunghi $ABC$ în care unghiurile $A$ și $C$ au măsurile egale cu $30^\circ$ , respectiv $90^\circ$ . Știind că $BC = 6$ , calculați lungimea laturii $AC$ .  |                       |
| <b>SUBIECTUL al II-lea</b>  |  | <b>(30 de puncte)</b> |
| Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x * y = xy - 2x - 2y + 6$ .  |  |                       |
| <b>5p</b>   | a) Arătați că legea „ $*$ ” este comutativă.   |                       |
| <b>5p</b>   | b) Arătați că legea „ $*$ ” este asociativă.   |                       |
| <b>5p</b>   | c) Determinați numărul real $a$ pentru care are loc egalitatea $x * y = (2 - x)(2 - y) + a$ , oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$ .  |                       |
| <b>5p</b>   | d) Rezolvați în mulțimea $\mathbb{R}$ ecuația $x * x = x$ .  |                       |
| <b>5p</b>   | e) Determinați elementul neutru al legii „ $*$ ”.  |                       |
| <b>5p</b>   | f) Arătați că $(x + 2) * \left(\frac{1}{x} + 2\right) = 3$ , pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$ .   |                       |
| <b>SUBIECTUL al III-lea</b>   |  | <b>(30 de puncte)</b> |
| Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & -a \\ -a & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , unde $a \in \mathbb{R}$ . |  |                       |
| <b>5p</b>   | a) Determinați numărul real $a$ pentru care $\det(A + I_3) = 1$ .  |                       |
| <b>5p</b>   | b) Calculați $\det(A + {}^tA)$ , unde ${}^tA$ este transpusa matricei $A$ .  |                       |
| <b>5p</b>   | c) Pentru $a = 1$ , determinați inversa matricei $A$ .   |                       |
| <b>5p</b>   | d) Arătați că $A^3 = a^3 \cdot I_3$ .  |                       |
| <b>5p</b>   | e) Pentru $a = 1$ , verificați egalitatea $(A + I_3)(A^2 - A + I_3) = 2I_3$ .  |                       |
| <b>5p</b>   | f) Determinați valorile numărului real $a$ pentru care $\det(A + {}^tA + I_3) = 1$ .   |                       |