Protocol **M.E.C.I.** nr. **46359**/ 07.12.2007 (Matematică)
Protocol **M.E.C.I.** nr. **27829**/ 05.03.2008 (Lb. Română, Lb. Engleză, Lb. Germană, Informatică, Fizică)

EVALUARE ÎN EDUCAŢIE la MATEMATICĂ

ETAPA a II-a – 21.02.2009

CLASA a X- a – TC+CD 3ore

Barem de corectare şi notare

Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerinţe (5puncte), fie 0 puncte.

- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	A	E	C	E	C	B	C	C	A	C

Subiectul II

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem**

1. Este echivalent cu $\sqrt{3} > \frac{3}{2}$ **(2 puncte),** adică $3 > 2,25$ **(1 punct).**

2. Fie $y \in [1,\infty)$. Ecuaţia $f(x) = y$ are soluţii reale (anume $x_{1,2} = \pm\sqrt{y-1}$), deoarece $y-1 \geq 0$. **(2 puncte).**
Rezultă că *f* este surjectivă **(1 punct).**

3. În $t = 2^x$ avem o ecuaţie de grad 2: $t^2 - t - 56 = 0$ **(1 punct),** cu soluţiile $t_1 = 8$ şi $t_2 = -7$ **(1 punct).**
Obţinem $x = 3$ **(1 punct).**

4. $\log_3 x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_3 x = \frac{7}{2}$ **(1 punct).** De aici $\log_3 x = 2$ **(1 punct)** şi $x = 8$ **(1 punct).**

5. $f(x) = x(x^3 - 5) + 3$ **(1 punct).** $f(\sqrt[3]{5}) = 0 = f(0)$ **(1 punct),** deci *f* nu e injectivă**(1 punct).**

6. Fie $y \in [3,\infty)$. Ecuaţia $f(x) = y$ se scrie $x^2 - 2x + 4 - y = 0$, cu $\Delta = 4 - 4(4-y) = 4(y-3) \geq 0$. **(1 punct).**
Rezultă $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{y-3}$. În domeniul de definiţie avem **doar** soluţia $x = 1 + \sqrt{y-3}$ **(1 punct),** deci
$f^{-1} : [3,\infty) \to [1,\infty),\ f^{-1}(y) = 1 + \sqrt{y-3}$ **(1 punct).**

7. Echivalent cu $\log_5 4^3 < \log_5 3^4$ **(1 punct),** adică $4^3 = 64 < 81 = 3^4$ **(2 puncte).**

8. E necesar $x \in [0,4]$. Obţinem $4 - x = 4 - 4\sqrt{x} + x \Rightarrow x = 2\sqrt{x}$ **(1 punct).**
Soluţiile sunt $x = 0$ **(1 punct)** şi $x = 4$ **(1 punct).**

9. Avem $x > 0$, $\lg x(\lg x - 2) = 0$ **(1 punct).** Soluţiile sunt $x = 1$ **(1 punct)** şi $x = 100$ **(1 punct).**

10. Observăm că 2 e soluţie (**1 punct).** Scriem $\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$. **(1 punct)** Funcţia din stânga este injectivă, fiind sumă de funcţii strict descrescătoare, deci soluţia este unică **(1 punct).**

Subiectul III

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

1. $x_{n+1}-x_n=\log_2\frac{b_{n+1}}{b_n}+\log_3\left(\frac{b_{n+1}}{b_n}\right)^2$ **(1 punct).**

Cum $\frac{b_{n+1}}{b_n}=q,\ \forall n\geq 1$ **(0,5 puncte)** rezultă că $x_{n+1}-x_n=ct, \forall n\geq 1$ **(0,5 puncte).**

2. $f(a)=f(b)\Leftrightarrow 2^a-a=2^b-b\Leftrightarrow 2^b(2^{a-b}-1)=a-b.$ **(1 punct).** Presupunem $a>b$.

Din $2^b>1$ şi $2^{a-b}-1\geq a-b$ obținem o contradicție (analog dacă $a<b$) **(1 punct).**

3. Numerele $\log_a b, \log_b c, \log_c a$ sunt strict pozitive, deoarece $a,b,c>1$, şi au produsul egal cu 1. **(1 punct).**

Din inegalitatea mediilor rezultă $\frac{\log_a b+\log_b c+\log_c a}{3}\geq\sqrt[3]{\log_a b\log_b c\log_c a}=1$ **(1 punct).**

4. Dacă x este impar, atunci $2^x=2^{2k+1}=2\cdot 4^k=M_3+2$ şi nu avem soluții cu $y>0$.

Pentru $y=0$ găsim $x=1$ **(1 punct).** Dacă $x=2k$ este par, avem $4^k-1=3^y\Rightarrow(2^k-1)(2^k+1)=3^y$, de unde $2^k-1=3^u, 2^k+1=3^v, u+v=y$. **(0,5 puncte)**

Rezultă $3^v-3^u=2\Rightarrow u=0, v=1\Rightarrow y=0+1=1, x=2$ **(0,5 puncte).**

5. De exemplu $\frac{2^2 3^2}{5^2},\frac{3^2 5^2}{3^2},\frac{5^2 2^2}{3^2}$ **(2 puncte pentru orice exemplu).**

- ♦ **Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.**
- ♦ **Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**